
Het gebruik van een rekenmachine, telefoon en boek(en) is niet toegestaan. Geef precieze argumenten en antwoorden. Maak uw redenering zo helder mogelijk.

1. Beschouw het polynoom $p(z) = z^5 + z^3 - 2z$

- (a) Laat zien dat p als een complex nulpunt $z_0 \in \mathbb{C}$ heeft, dat dan ook \bar{z}_0 een nulpunt is.
- (b) Bepaal alle complexe nulpunten van p .

2. Bepaal de afgeleides van de volgende functies:

$$\arctan(\sqrt{1-x^2}) \quad \frac{x^2}{e^{-x} + 3e^{3x}} \quad \int_{-x}^{\arcsin(x^2)} e^{t^2} dt$$

3. Bepaal de volgende integralen:

$$\int_0^1 \cos(\sin x) \cos(x) dx \quad \int_3^4 \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{1+x} dx \quad \int_1^2 xe^x dx$$

4. De kromme in \mathbb{R}^2 wordt gegeven door de vergelijking $x^2y + x^3y^2 = 1 + x$. Wat is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de kromme in het punt $(1, 1)$?

5. Stel $f(x) = \cos^2(x)e^{-x}$ met domein \mathbb{R} .

- (a) Bepaal de nulpunten van f , en geef aan waar f positief/negatief is.
- (b) Heeft f (scheve/horizontale/verticale) asymptoten?
- (c) Bepaal de afgeleide van f .
- (d) Bepaal de extreme waarden (maxima/minima en lokaal/globaal) van f .
- (e) Wat is het bereik van f ?

6. U heeft een rechthoekig stuk karton van 30 bij 20 cm. U knipt uit elke hoek een vierkant van x bij x centimeter, en u vouwt daarvan een kartonnen doos (zonder deksel). Welke waarde voor x neemt u om het volume van de ontstane doos te maximaliseren? Wat is de oppervlakte van het grondvlak van deze doos?

7. Vereenvoudig $\sin(\arctan x)$ voor $x \in \mathbb{R}$.

8. De juiste formulering van het eerste deel van de hoofdstelling van de integraalrekening is:¹

- (a) Veronderstel dat f differentieerbaar is op (a, b) , dan geldt $\int_a^b f(t) dt = f(b) - f(a)$.
- (b) Veronderstel dat f differentieerbaar is op $[a, b]$, dan geldt $\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a)$.
- (c) Veronderstel dat f differentieerbaar is op $[a, b]$ en $f': [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is integreerbaar, dan geldt $\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a)$.
- (d) Veronderstel dat f differentieerbaar is op (a, b) en $f': (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ is integreerbaar, dan geldt $\int_a^b f'(t) dt = f(b) - f(a)$.

9. ²

- (a) Veronderstel dat $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ een continue functie is. Bewijs de Middelwaardstelling voor integralen, ofwel dat er een $c \in (a, b)$ bestaat met

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a)$$

- (b) Bepaal $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{i/n}$.

Normering											
Opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gratis	Totaal
Punten	10	12	12	8	15	8	5	5	15	10	100

Het onafgeronde tentamencijfer T is het totaal aantal behaalde punten gedeeld door 10, daarna volgt de gebruikelijke afronding op gehelen.

¹Bij deze vraag kunt u gokken. Een fout antwoord geeft aftrek, géén antwoord geeft geen aftrek.

²Voor deze opgave scoort u minimaal $H \cdot 15/10$ punten, mits uw gemiddelde huiswerkcijfer $H \geq 6.0$ is.