

### Tentamen Calculus 4, 4 juli 2011

**Opgave 1.** i) (5 pnt) Zij  $B$  het gedeelte binnen de cylinder  $x^2 + y^2 = 4$  dat ligt boven de parabolöide  $z = 4 - x^2 - y^2$  en onder het vlak  $z = 8$ . De dichtheid van de cylinder in ieder punt is gelijk aan 15 keer de afstand van dat punt tot de *as van de cylinder*. Bepaal de massa van  $B$ .

ii) (5 pnt) Bepaal de coördinaten van het zwaartepunt van  $B$ .

**Opgave 2.** Zij  $S$  het deel van het kegeloppervlak  $z^2 = x^2 + y^2$  in het eerste oktant, afgesneden door de vlakken  $z = 3$ ,  $x = y$  en  $x = 0$ .

i) (3 pnt) Geef een oriëntatie van  $S$  zodat de normaalvectoren naarbuiten wijzen.

ii) (7 pnt) Bereken de naarbuiten gerichte flux van  $\vec{F} = (z, 1, 1)$  door  $S$ .

**Opgave 3.** (10 pnt) Zij  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven door  $f(x, y, z) = 1$  als  $(x, y, z)$  onder het vlak  $z = x + 4y - 7$  én boven het vlak  $z = x + 2y - 1$  ligt. Verder definieer  $f(x, y, z) = 0$  voor alle andere punten van  $\mathbb{R}^3$ . Zij  $B$  het gebied dat begrensd wordt door de parabolische cylinder  $x = (y - 4)^2 + 3$  en het vlak  $x + 2y = 11$ . Bereken  $\int \int \int_B f dV$ .

**Opgave 4.** i) (3 pnt) Zij  $\vec{F} = (\sin(x), \cos(y), xz)$  en  $c : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  de kromme gegeven door  $c(t) = (t^2, t^3, t^2)$ . Bereken  $\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$ .

ii) (7 pnt) Zij  $\vec{F} = (y + e^{x^2} \sin(x), z + \cos^7(y), x + z^2 \cos(z))$  en  $C$  de kromme in  $\mathbb{R}^3$  geparametriseerd en georiënteerd door

$$\phi(t) = (t^3, t^4, t^5), \text{ als } 0 \leq t \leq 1 \text{ en}$$

$$\phi(t) = (2 - t, 2 - t, 2 - t), \text{ als } 1 \leq t \leq 2$$

Bereken  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ .